III. PRZEPŁYWY WILGOCI

11 Wilgoć w materiałach budowlanych

Opis ruchu wilgoci w kapilarno-porowatych materiałach budowlanych należy do trudniejszych zagadnień fizyki budowli. Przyczyną tych trudności są specyficzne właściwości tych materiałów z mocno rozbudowaną powierzchnią wewnętrzną, rzędu 100 ha/m³ dla piaskowca, betonu i podobnych materiałów. Zaadsorbowane na tych powierzchniach cienkie warstwy cieczy decydują zarówno o właściwościach reologicznych tych materiałów jak i złożoności zachodzącego w nim ruchu wilgoci.

W następstwie tego stwierdzamy, że w

- *mikroporach* o średnicy $10\text{\AA} < \phi < 20\text{\AA}$ nie obserwujemy ruchu cząstek wody względem fazy stałej,
- *mezoporach* o średnicy 20Å< ø <500Å stwierdzamy kondensację kapilarną (występują tu przepływy powierzchniowe),
- makroporach o średnicy >500Å stwierdzamy różne formy ruchu wilgoci w części powierzchniowej i objętościowej.

W realnym materiale budowlanym występują wszystkie z wymienionych typów porów w różnej proporcji.

W konsekwencji w cienkich porach można w przepływach wydzielić ruch cienkich filmów cieczy wywołanych zarówno gradientami grubości filmów jak i ciśnienia rozklinowującego. W miarę wzrostu średnicy porów pojawia się najpierw *dyfuzja powierzchniowa Volmera*, dalej *dyfuzja knudsenowska*, aż po *przepływy lepkie warstw wilgoci*. Wymienione przepływy są sklasyfikowane tzw. liczbą Knudsena $K = \frac{s}{d}$ jako stosunku średniej drogi swobodnej *s* do średnicy pora d.

12 Ruch wilgoci w materiale budowlanym

Spływająca po zewnętrznej powierzchni ściany woda tworzy film cieczy, z którego tylko nieznaczna część przenika do wnętrza przez tynk. Mamy tu zarówno lepki przepływ po ścianie jak i wnikanie do jej wnętrza w wyniku dyfuzji powierzchniowej i objętościowej oraz kapilarnego podciągania cieczy.



Rys.12.1. Ściana budynku ze spływającą wilgocią

W realnych materiałach porowatych sąsiadują z sobą makroi mikrokapilary. W pierwszych może zachodzić *filtracja*, a w drugich *dyfuzja*. Co się jednak stanie, kiedy procesy te razem oddziałują na siebie, jak to przedstawiono na rysunku 12.2 oraz w rzeczywistości, np. przy zetknięciu się gruntu z murami piwnicy?

Schematycznie sytuację tę przedstawia złożony przepływ dyfuzyjnofiltracyjny w materiale (por.rys.12.2), gdzie wilgoć najpierw filtruje się przez grunt, a następnie dyfunduje przez ściany przyziemia.



Rys.12.2. Złożony przepływ dyfuzyjno-filtracyjny

13 Podciąganie kapilarne

Najprostszym przepływem wilgoci w materiałach budowlanych jest podciąganie kapilarne. Wynika ono z istnienia niezrównoważonych sił powierzchniowych.



Rys.13.1. Podciąganie kapilarne

Proces podciągania kapilarnego kończy się w chwili, kiedy wypadkowa sił powierzchniowych P jest równa ciężarowi Q podniesionego słupa wody w kapilarze na wysokość h względem zwierciadła wody.

Równowaga sił w kapilarze określa więc równanie

$$P - Q = 0, (13.1)$$

gdzie ciężar Q dany jest relacją

$$Q = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h \rho_w g . \qquad (13.2)$$

Z kolei siłę P można wyrazić za pomocą napięcia powierzchniowego wody σ i kąta zwilżenia α , tzn.

$$P = \pi d\sigma \cos\alpha = \pi \frac{d^2}{4} h \rho_w g , \qquad (13.3)$$

a stąd wyznaczymy wysokość podciągania h i ciśnienie p w kapilarze

$$h = \frac{4\sigma \cos\alpha}{\rho_w g d}, \quad p = \frac{4\beta}{\pi d^2} = \frac{4\sigma \cos\alpha}{d}.$$
 (13.4)



Rys.13.2. Zależność wysokości podciągania od średnicy kapilary

Analizując równowagę słupa cieczy w kapilarze możemy wyznaczyć wysokość podnoszenia słupa cieczy h. Z wzoru (13.4) wynika, że im mniejsza średnica d tym wyżej woda się podniesie.

14 Oddziaływanie cząstki wilgoci ze ścianą kapilary

W typowym materiale budowlanym (drewno, beton) występują pory i kapilary, przez które łatwo przechodzi wilgoć w formie ciekłej i gazowej. Cylindryczne powierzchnie kapilar są miejscem, gdzie oddziaływają na siebie cząstki cieczy. Z uwagi na dużą powierzchnię wewnętrzną materiału oddziaływania te mają decydujący wpływ na własności materiałów porowatych. Z tej też przyczyny, opis ruchu wilgoci w materiale budowlanym rozpoczniemy od rozważania elementarnego oddziaływania: cząstka cieczy – cząstka stała.



Rys.14.1. Oddziaływanie cząsteczki cieczy z ścianką płaską

Gradient potencjału oddziaływań ma postać

$$P = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$
 (14.1)

W oddziaływaniu filmu cieczy z powierzchnią kapilary zachodzą przypadki.



Rys.14.2. Przypadki oddziaływań cząstek cieczy z ścianką płaską

Oddziaływanie cząstek znajdujących się w szczelinie między dwoma powierzchniami jest bardzo złożone, ale wynika z poprzednich rozważań. Mamy tu jakby symetryczne odbicie rozważań poprzednio prowadzonych. Stwierdzamy też coraz mniejszą ruchliwość cząstek w otoczeniu ścianek, a dużą w środku szczeliny.



Rys.14.3. Oddziaływanie cząstek w szczelinie

Stwierdzamy cztery różne przypadki oddziaływań w zależności D_1 od d.

0. Przypadek ogólny szerokich porów: $D_1 >>> 24d$.

Przy powierzchni ściany mamy zaadsorbowane warstwy wilgoci, których warstwy przesuwają się przy pomocy lepkiego mechanizmu płynięcia. Natomiast w środku mamy ciągłą warstwę, gdzie cząstki cieczy oddziaływują na siebie niezależnie od wpływu obu granicznych warstw stałych. W wyniku tego oddziaływania powstaje *ciśnienie* $p\delta_{ij}$, którego gradient wywołuje ruch filtracyjny J_i^0 . Przyczyną przepływu cieczy w środku kapilary jest gradient ciśnienia, z którego wynika lepki przepływ cieczy.

I. Jeżeli zmniejsza się średnica porów D_1 w przedziale $16d < D_1 < 24d$ to zanika laminarny przepływ w części środkowej. Wtedy utrudniony jest już ruch wywołany przez gradient ciśnienia, natomiast przy małej ilości cząstek w części środkowej ruch wywoływany jest przez gradient stężenia cząstek wody. Konwekcyjny ruch cieczy przechodzi coraz bardziej w ruch dyfuzyjny. Mamy tu do czynienia z *objętościową dyfuzją Knudsena*

$$j_i^{\kappa} = -Dc_{,i}. \tag{14.2}$$

II. Kolejna jakościowa zmiana następuje, gdy średnica D_1 jest równa 16-tu

unormowanym średnicom cząstek cieczy. Przy $D_1 = 16d$ zanika dyfuzja w środku pora, ale szczelina nie jest jeszcze "sklejona", ponieważ występuje ruch cząstek równolegle do osi pora, tym bardziej, że w środku nadal są słabe siły odpychające od ścianek.

44

III. Przy dalszym zmniejszaniu się średnicy zanika odpychanie w części

 $\begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \\ D_1 = (8 \div 16)d \\ \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \\ \bullet$

środkowej, a rośnie przyciąganie. Przy $D_1 = (8 \div 16) d$ prawie zanika ruch wilgoci w szczelinie, a przy rozstawie ścianek $(4 \div 8) d$ woda bardzo silnie "skleja"

IV. Krańcowe zmniejszanie się odległości D_1 prowadzi do zaniku strefy przyciągania.

szczelinę.



Cząstka w części środkowej może zająć neutralne położenie, ale każde wychylenie w stronę ścianki wywołuje powstanie dużych sił odpychających. Nie ma dyfuzji. Zanika ruch fazy ciekłej w poprzek ścianek. Tworzy się kontakt koagulacyjny czyli kontakt między dwoma ścianami za pośrednictwem cienkiego filmu cieczy: kontakt ten jakby skleja dwie powierzchnie w fazie stałej. Zauważmy, iż przy ścieśnianiu kontaktu wystąpią siły odpychające, a przy rozszerzaniu siły przyciągające. Sytuacja zmienia się jeżeli

wystąpi para sił tnących skierowanych wzdłuż ścianek. Wówczas może wystąpić wzajemny poślizg w kontakcie przy zachowaniu jego grubości. To właśnie z takimi poślizgami związane są procesy pełzania i relaksacji w kapilarno-porowatych materiałach budowlanych.

15 Ruch wilgoci – równania konstytutywne

Z przedstawionych poprzednio opisów oddziaływań wilgoci ze ścianką kapilary wynika kilka różnych mechanizmów ruchu wilgoci, a mianowicie:

I. Ruch filmu cieczy



Rys.15.1. Przepływ wywołany gradientem grubości filmu cieczy

W zależności od grubości filmu cieczy wystąpią różne siły oddziaływania wywołujące ruch warstw cieczy. Przyczyną przepływu jest gradient grubości filmu cieczy $\frac{\partial h}{\partial x}$. W przypadku ogólnym będzie

$$j_i = -\tilde{D}_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_i} - dyfuzja \text{ powierzchniowa filmu cieczy.}$$
 (15.1)

I'. Podobny efekt wywołuje *Volmerowska dyfuzja powierzchniowa*, gdzie przyczyną przepływu jest gradient stężenia powierzchniowego.



Rys.15.2. Dyfuzja powierzchniowa

II. Kolejny mechanizm dotyczy cząstek wilgoci w środkowej części kapilary. Przyczyną jest tu gradient stężenia, zaś siły powierzchniowe mają tu mniejsze znaczenie



Dyfuzję objętościową Knudsena określa równanie

$$j_i = -D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x} \rightarrow j_i = -D \frac{\partial c}{\partial x_i} .(15.2)$$

46

III. Przepływ kapilarny w materiałach budowlanych



Siły podciągania kapilarnego występują tylko na granicy fazy ciekłej i gazowej.

IV. Przepływ wywołany różnicą średnic kapilar



(15.4)

lub po przejściu do granicy otrzymamy grad p. Strumień wilgoci przyjmie tu postać

$$j_i = -f_{ij} \frac{\partial p}{\partial x_j}, \qquad j_i = -f_{ij} \frac{\partial r}{\partial x_j} \frac{2\sigma \cos \alpha}{r^2}.$$
 (15.5)

V. Przepływy *filtracyjne dotyczą makrokapilar*, gdzie w części środkowej praktycznie zanika oddziaływanie ścianek. Przepływ ten opisuje równanie filtracji wg prawa Darcy`ego

$$j_i = k_{ij} \frac{\partial p}{\partial x_j}.$$
(15.6)



Przyczyną tego przepływu jest przyrost (gradient) ciśnienia $(p_1 - p_2)$ występujący na odcinku kapilary o długości h, który wywołuje ruch. W przejściu granicznym prowadzi on do gradientu ciśnienia

$$\frac{p_1 - p_2}{h} \to \frac{\partial p}{\partial x_i}.$$
 (15.7)

Zostały tu przedstawione 4 różne mechanizmy transportu wilgoci-od ruchu cienkich filmów cieczy, dyfuzji powierzchniowej i objętościowej czy podciąganie kapilarne, aż po filtrację.

W realnych materiałach budowlanych spotykamy w różnej proporcji wszystkie z wyszczególnionych tu mechanizmów:

- w makroporach będzie występować głównie filtracja,
- w nieco mniejszych mezokapilarach dominować będzie podciąganie kapilarne i dyfuzja objętościowa,
- w mikroporach dominować będzie dyfuzja powierzchniowa i ruch w cienkich filmach cieczy.

Powstaje pytanie: jaki powinien być model ruchu wilgoci w materiale i przegrodzie budowlanej?

W tej rozmaitości zjawisk fizycznych istnieją jednak elementy wspólne, którymi są: strumień wilgoci tak samo zdefiniowany jako ilość wilgoci przepływającej przez ekran jednostkowy w jednostce czasu.

Kolejną rzeczą wspólną jest gradient pewnej wielkości skalarnej, która może być kolejno: grubością filmu cieczy, stężeniem cząstek, promieniem kapilary i ciśnieniem hydrostatycznym.

W konsekwencji można wyobrazić sobie, że zostanie wprowadzona pewna ogólna wielkość skalarna, której gradient będzie wywoływał ruch wilgoci. Tą wielkością w chemii fizycznej jest *potencjał chemiczny* oznaczony przez M, natomiast w fizyce budowli wykorzystywało się kiedyś tzw. potencjał wilgoci, proponowany przez Krischera w 1936r. i podobnie przez Łykowa w 1938r.

Ogólnie równanie przepływu wilgoci powinno mieć postać

$$j_i = -D_{ij}^0 \frac{\partial M}{\partial x_i}, \qquad (15.8)$$

gdzie *M* jest *potencjałem chemicznym*. Jest to podstawowe równanie fizyczne dotyczące ruchu wilgoci w materiałach kapilarno-porowatych.

Najczęściej stosowane w rozważaniach dotyczących ruchu wilgoci są szczególne formy równań transportu:

$$j_{i} = -\overline{D}_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_{j}} - \text{dyfuzja (beton, cegła),(15.9)}$$

$$j_{i} = -\overline{D}_{ij} \frac{\partial M}{\partial x_{j}} - \text{filtracja (grunt),} \quad (15.10)$$

$$j_{i} = -\widetilde{D}_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_{i}} - \text{dyf. powierzchniowa,(15.11)}$$

gdzie c, p, h to kolejno stężenie wilgoci, ciśnienie i grubość filmu cieczy.

16 Równanie ruchu wilgoci w materiale kapilarno porowatym

Problem opisują bilanse masy, równania fizyczne oraz warunki brzegowe i początkowe. Wilgoć występuje tu w postaci cienkiego filmu cieczy na ścianach kapilar o gęstości ρ^1 , pary wodnej o gęstości ρ^2 i wilgoci dyfundującej w sieci mikrokapilar o gęstości ρ^3 . Dla każdego z tych składników wypiszemy parcjalny bilans masy.



Rys.16.1. Mechanizmy ruchu wilgoci w materiale

Globalna postać bilansu masy dyfundującego składnika α (α =1,2,3)

$$\frac{d}{dt} \int_{V} \rho^{\alpha} dV = \int_{V} \rho R^{\alpha} dV .$$
(16.1)

Bilans masy po wykorzystaniu twierdzenia Gaussa przyjmie formę

$$\int_{V} \left(\frac{\partial \rho^{\alpha}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho^{\alpha} v_{i}^{\alpha})}{\partial x_{i}} - \rho R^{\alpha} \right) dV = 0.$$
(16.2)

Lokalna postać bilansu masy składnika α

$$\frac{\partial \rho^{\alpha}}{\partial t} = \rho R^{\alpha} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho^{\alpha} v_i^{\alpha}).$$
(16.3)

Wyszczególnione bilanse cząstkowe (α) po zsumowaniu powinny spełniać zasadę zachowania masy

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial t} (\rho^{\alpha}) - \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} R^{\alpha} + \sum_{\alpha} (\rho^{\alpha} v_{i}^{\alpha})_{,i} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\rho v_{i})_{,i} = 0, \quad (16.4)$$

stąd

$$\rho = \sum_{\alpha} \rho^{\alpha}, \ \rho v_i = \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} v_i^{\alpha}, \ \sum_{\alpha} \rho^{\alpha} R^{\alpha} = 0.$$
 (16.5)

W równaniu dyfuzji wygodnie jest wprowadzić w miejsce gęstości udziały masowe (stężenie c)

$$c^{\alpha} \equiv \frac{\rho^{\alpha}}{\rho}, \text{ np. } c^{1} = \frac{\rho_{H_{2}O}}{\rho}, \qquad (16.6)$$

$$\rho = \sum_{\alpha} \rho^{\alpha}, \quad \rho = \rho_{H_2O} + \rho_{szkel.} + \dots$$
(16.7)

Po wprowadzeniu stężenia c^{α} oraz równania fizycznego (15.9) do (16.2) otrzymamy równanie dyfuzji składnika α

$$\rho \frac{\partial c^{\alpha}}{\partial t} = \rho R^{\alpha} - j_{i}^{\alpha}{}_{,i} \rightarrow \rho \frac{\partial c^{\alpha}}{\partial t} = \rho R^{\alpha} + D_{ij}^{\alpha} \frac{\partial^2 c^{\alpha}}{\partial x_i \partial x_j}, \qquad \frac{d c^{\alpha}}{d t} \approx \frac{\partial c^{\alpha}}{\partial t}.$$
 (16.8)

Warunki brzegowe:

 $c|_{A} = c_{0}, \qquad - \text{I rodzaju}$ $j_{i}|_{A} = j_{i}^{0}, \qquad - \text{II rodzaju}$ $j_{i}|_{A} = \alpha_{T} (c - c_{p})n_{i}, \qquad - \text{III rodzaju}$ $c(0_{+}) = c_{0}. \qquad - \text{warunek początkowy}$

Z równania (16.8) wynikają następujące przypadki szczególne:

– stacjonarne równanie dyfuzji, kiedy $\dot{c} = 0$

$$D_{ij} \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_j} + \rho R = 0, \qquad (16.9)$$

– stacjonarne i bezźródłowe równanie dyfuzji, kiedy $\rho R = 0$, $\dot{c} = 0$

$$D_{ij} \frac{\partial^2 c}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \Longrightarrow D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0.$$
 (16.10)

Zauważmy, że rozwiązaniem najprostszego równania dyfuzji jest rodzina prostych zależna od dwóch parametrów.

17 Równanie filtracji

Z osobną grupą problemów spotykamy się w materiałach gruboporowatych o ciągłej sieci makrokapilar, a także w materiałach rozdrobnionych, takich jak niektóre grunty budowlane. I w tych przypadkach występuje kilka mechanizmów przepływu wilgoci zależnych m.in. od stopnia nasycenia szkieletu, temperatury i innych. Podobnie jak w poprzednich przypadkach należy i tu wprowadzić pewną wielkość skalarną, którego gradient jest przyczyną przepływu, czyli *potencjał pola przepływu*.

W przypadku pełnego nasycenia porów i pustek materiału takim potencjałem może być ciśnienie w cieczy wypełniającej grunt.

Proces filtracji opisują analogiczne jak poprzednio bilanse masy i warunki początkowo-brzegowe. Różny jest tylko mechanizm przepływu opisany równaniem (15.9), gdzie przepływ wynika z gradientu ciśnienia. Zachodzi

$$c = c(p) \quad oraz \quad p V = m RT \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{p}{RT} \quad \rightarrow \quad \dot{\rho} \cong \frac{\dot{p}}{RT}, \quad (17.1)$$

relacje te wynikają z równania gazu idealnego.

Z bilansu masy otrzymamy

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho R - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) \quad i \quad j_i = \rho v_i = -\hat{K}_{ij} \frac{\partial \rho}{\partial x_j}, \qquad (17.2)$$

$$\frac{1}{RT}\frac{\partial p}{\partial t} = \rho R - K_{ij}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j}, \quad j_i = -K_{ij}\frac{\partial p}{\partial x_j}.$$
(17.3)

W przepływach tych można zdefiniować ciśnienie p ($\sigma_{ij} = p \delta_{ij}$), jako miarę oddziaływania międzycząsteczkowego w ciągłej fazie cieczy. Typowymi są tu oddziaływania cząstek w fazie ciekłej. Natomiast w analizie przepływów dyfuzyjnych wilgoci dominują oddziaływania między cząstką dyfundującą a szkieletem.

W ogólniejszym przypadku $\rho = \rho(p,T)$ stąd można przyjąć, że

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial T} \frac{dT}{dt} \approx D(p) \frac{\partial p}{\partial t} \operatorname{przy} \frac{dT}{dt} \approx 0.$$
(17.4)

Przypadkami szczególnymi równania (17.3) są:

– filtracja stacjonarna, kiedy $\dot{p} \approx 0$

$$K_{ij} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} + \rho R = 0, \qquad (17.5)$$

– stacjonarna i bezźródłowa filtracja, kiedy $\dot{p} = 0$ i $\rho R \approx 0$ prowadzi do prostego równania jednowymiarowej filtracji

$$K_{ij} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \longrightarrow k \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0.$$
 (17.6)

Należy jeszcze wyjaśnić, dlaczego ciśnienie wilgoci *p* nie może być zawsze potencjałem dla ruchu wilgoci. Prześledźmy w tym celu ruch wilgoci w uwarstwionym podłożu, gdzie sąsiaduje piasek z nieprzepuszczalnym iłem. Na styku tych warstw wystąpi skok stężeń wilgoci, brak tu ciągłości procesu.



Rys.17.1. Nieciągłości stężeń w przepływach filtracyjnych

Przedstawione trudności związane z nieciągłościami ciśnień i strumieni wilgoci na stykach warstw stanowi zasadniczą trudność rozwiązywania problemów filtracji dla potrzeb budownictwa.

18 Szacowanie współczynników przepływu wilgoci

Osobną grupę problemów stanowi wyznaczenie współczynników kinetycznych występujących w równaniach przepływów wilgoci w materiałach budowlanych. Występujące w tych rozważaniach stałe materiałowe należy wyznaczyć z eksperymentu wykonanego w laboratorium. Sprawę komplikuje jednoczesne występowanie kilku mechanizmów przepływu w materiale, a głównie przepływów natury dyfuzyjnej z filtracyjnymi, przedstawionych schematycznie na rys.18.1. W pierwszym przypadku przepływ wymusza gradient ciśnienia a w drugim –stężenia. Natomiast uśredniony przepływ można przybliżać jako dyfuzyjny w przypadku przepływów wilgoci w materiałach budowlanych lub filtracyjny przy przepływach w gruncie lub materiałach rozdrobnionych.



Rys.18.1. Jednoczesny przepływ dyfuzyjny i filtracyjny

I. W *przepływach dyfuzyjnych* przy wyznaczaniu stężeń wilgoci oraz jej kondensacji na ściankach kapilar musimy znać współczynniki materiałowe określające te procesy, a w szczególności *współczynnik dyfuzji pary przez materiał*. Współczynnik ten wyznacza się w badaniach laboratoryjnych prowadzonych w komorze klimatycznej.



Rys.18.2. Schemat pomiaru współczynnika dyfuzji

Na rysunku 18.2 przedstawiono schemat pomiaru ubytku wilgoci dyfundującej przez warstwę badanego materiału. We wnętrzu komory utrzymywana jest stała temperatura T=const. oraz wilgotność względna $\varphi = const$.. Mamy więc zapewniony jednowymiarowy przepływ wilgoci przez próbkę badanego materiału w warunkach izotermicznych. Na podstawie ubytków masy (wilgoci) możemy określić *izotermiczny współczynnik dyfuzji pary wodnej* w badanym materiale.

Z poprzednich rozważań wynika, że o zjawisku decydują nie tylko równania fizyczne, ale również równania bilansów i warunki początkowo-brzegowe. W eksperymencie mierzymy na ogół zmiany jednej wielkości, np. ubytku masy przy stałej wartości pozostałych parametrów. Oznacza to, że proces powinien być stacjonarny, bezźródłowy. Wtedy z uproszczonego równania fizycznego $j = -D \frac{\Delta C}{\Delta x}$ wyznaczymy przybliżoną wartość współczynnika transportu $D = -j \frac{\Delta x}{\Delta C}$.

II. Analogicznie, *współczynnik filtracji* wyznaczamy z pomiarów przepływu wody w kolumnach filtracyjnych. Przepływ ten ma zasadniczo odmienny charakter od poprzedniego – dyfuzyjnego.



Rys.18.3. Schemat pomiaru współczynnika filtracji

Dominuje tu ciągła faza ciekła w odróżnieniu od rozproszonej typowej dla dyfuzji. W konsekwencji można tu wprowadzić ciśnienie, jako podstawowy parametr fizyczny wymuszający przepływ.

Pomiar przepływu filtracyjnego jest możliwy przy stałej wysokości słupa cieczy lub przy zmiennej wartości słupa cieczy. W obu przypadkach stosujemy odmienne techniki pomiarowe. W pierwszym przypadku mierzymy masę przepływającej cieczy, zaś w drugim zmiany wysokości słupa cieczy w czasie.

Przykład III.1

Wskutek pionowego zagęszczenia gruntów jego własności mechaniczne w kierunku pionowym i poziomym są różne, a w szczególności przepływy filtracyjne Należy podać pełne równanie filtracji w gruncie uwzględniające jego pionowe zagęszczenie.

Odpowiedź:

Przyjmując, że normalna do powierzchni pokrywa się z osią x_3 , a osie w płaszczyźnie poziomej to x_1 i x_2 , możemy zapisać równanie dla strumienia filtracji:

$$j_{i} = -k_{ij} \frac{\partial p}{\partial x_{j}} = -[k(\delta_{i1} \delta_{j1} + \delta_{i2} \delta_{j2}) + \bar{k}(\delta_{i3} \delta_{j3})] \frac{\partial p}{\partial x_{j}} =$$
$$= -k(\delta_{i1} \frac{\partial p}{\partial x_{1}} + \delta_{i2} \frac{\partial p}{\partial x_{2}}) - \bar{k} \delta_{i3} \frac{\partial p}{\partial x_{3}}.$$

Podstawiając ten rezultat do bilansu masy uzyskamy:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = R^{\alpha} + k(\frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x_2^2}) + \bar{k} \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2},$$

w przypadku przepływów stacjonarnych i bezźródłowych zachodzi:

$$k\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x_2^2}\right) + \bar{k} \ \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} = 0.$$

Przepuszczalność gruntu opisują dwa współczynniki filtracji $k i \ \overline{k}$.

56